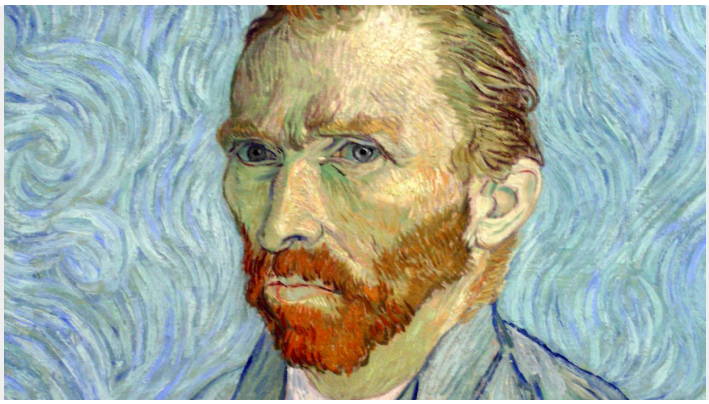
LA MIRADA CIENTÍFICA DE LOS ARTISTAS: EL CASO DE LOS ÓLEOS TURBULENTOS DE VAN GOGH. PARTE 2

Posted on 7 enero, 2016 by Gerardo García Naumis



La noche estrellada de van Gogh, considerada por muchos críticos como su obra más "turbulenta"... Claramente, la palabra turbulencia está asociada a la obra de van Gogh. ¿Qué tan exacta es esta descripción? ¿Son los vórtices y remolinos de van Gogh similares a los que aparecen en la naturaleza? Para responder estas preguntas, recurrimos a un análisis de sus cuadros, la cual comparamos con la teoría de la turbulencia, desarrollada en gran parte por el científico ruso Andrei Kolmogorov en la década de 1940.

Category: Ciencia

Tag: Ciencias Exactas

Viene de la Parte 1

L*a noche estrellada* de van Gogh, considerada por muchos críticos como su obra más "turbulenta", se muestra en la siguiente figura.

Figura 9. *La noche estrellada*, de Vincent van Gogh.

Leamos algunos comentarios sobre esta obra:

- "El fondo de ondas y remolinos, peinado por el trazo como una cabellera, es una transposición del cielo de *La noche estrellada* ... Pero aquí esas corrientes y turbulencias ya no describen nada en concreto: su estremecimiento es una manifestación pura y abstracta de energía". Guillemo Solana.
- "Frente al arrebato y la turbulencia pictórica desprendida de su desconsuelo " . Tríptico de la exposición: van Gogh, sus obras maestras. Amsterdam, Septiembre de 2006.
- "van Gogh completó cielos y superficies con mares de remolinos, llevado por una dramática turbulencia mental en alguien que jamás tuvo a vista de satélite los jirones espirales en los que se deshace un huracán". Notas para el libro *Guía de Caminos* de Gaspar Iruña (1886).

> *¿Son los vórtices y remolinos de van Gogh similares a los que aparecen en la naturaleza?*

Claramente, la palabra turbulencia está asociada a la obra de van Gogh. ¿Qué tan exacta es esta descripción? ¿Son los vórtices y remolinos de van Gogh similares a los que aparecen en la naturaleza? Para responder estas preguntas, recurrimos a un análisis de sus cuadros, la cual comparamos con la teoría de la turbulencia, desarrollada en gran parte por el científico ruso Andrei Kolmogorov en la década de 1940.

Kolmogorov realizó un paso fundamental. Dado que las ecuaciones usadas para describir el movimiento de un fluido, llamadas ecuaciones de Navier-Stokes son demasiado complicadas para resolverse, Kolmogorov adopta un enfoque estadístico basado en la idea de autosimilaridad. De

este modo, se pueden obtener ciertas características del fluido como, por ejemplo, la relación estadística entre las velocidades del fluido en diferentes puntos del espacio y del tiempo.

> *La turbulencia aparece por la imposibilidad de disipar energía a escalas grandes.*

Kolmogorov adopta las observaciones de que en la turbulencia aparecen vórtices cada vez más pequeños. En un flujo turbulento pueden observase tres tamaños o escalas diferentes: la escala en la que se inyecta energía al fluido, la escala llamada inercial (porque la energía va solamente de paso) donde se forman remolinos que se subdividen en remolinos que a su vez se subdividen en remolinos y así sucesivamente hasta llegar a una escala pequeña donde los remolinos disipan la energía en calor. Vista de esta manera, la turbulencia aparece por la imposibilidad de disipar energía a escalas grandes, de tal forma que los vórtices o remolinos se encargan de romperla en pedazos cada vez más chicos hasta que ésta pueda "digerirse". Esto suena muy teórico, pero pongamos un ejemplo sencillo. Un ciclista que pedalea contra el aire, necesita gastar energía para moverse y cortar el aire que tiende a detenerlo. Así, el ciclista inyecta energía al aire que lo circunda, de modo que se abra espacio para pasar. La energía entregada no puede disiparse como calor, dado que los remolinos del tamaño del ciclista son demasiado grandes. Por ello se generan remolinos que se van partiendo en remolinos cada vez más pequeños, hasta alcanzar décimas de milímetros, escala en la cual la energía entregada se convierte en calor. Esta energía es perdida por el ciclista, y puede demostrarse que depende del cubo de la velocidad (esto explica un hecho conocido por los buenos taxistas: el consumo de gasolina en un automóvil no crece proporcionalmente a la velocidad. Los patos también lo saben y prefieren volar en formaciones tipo "V", evitando entregar demasiada energía al aire).

Pasemos ahora a detallar la predicción de Kolmogorov sobre la estadística de fluidos. Consideremos un fluido como el de la figura 10. Si nos fijamos en la velocidad en un punto dado $\boldsymbol{r}$, la cual denotamos por $v(\boldsymbol{r})$, entonces resulta natural medir cómo cambia dicha velocidad en otros puntos del fluido, $v(\boldsymbol{r}+\boldsymbol{R})$, donde $\boldsymbol{R}$ es el vector que une ambos puntos. Calculemos pues, la diferencia entre las velocidades observadas entre dichos puntos separados una distancia R,

$$\boldsymbol{u}_R(\boldsymbol{r}) = v(\boldsymbol{r}+\boldsymbol{R})-v(\boldsymbol{r})$$

La cantidad anterior puede pensarse como la memoria que tiene la velocidad en partes diferentes del fluido. Si se mide esta cantidad, se obtendrá un conjunto de valores para $\boldsymbol{u}_R(\boldsymbol{r})$

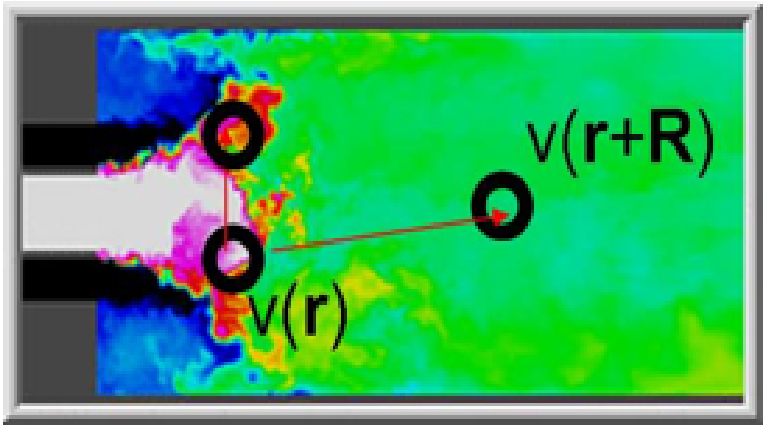


Figura 10. Simulación computacional de un flujo turbulento, en el cual se observa la velocidad en tres puntos diferentes.

La turbulencia se caracteriza entonces por la forma que tiene la estadística de la memoria en el fluido a diferentes distancias *R*. Para ello, se le llama a $\boldsymbol{P}_R(\mathbf{u}_R)$ una función que mide cuántas veces aparece una diferencia dada de velocidades **u** a una distancia R.

Kolmogorov, tras realizar algunas hipótesis sencillas sobre los remolinos en la escala inercial, produjo la primera predicción famosa: la varianza de la distribución de frecuencias debe ir como la distancia a la dos tercios, es decir, la varianza de la memoria debe escalarse como una ley de potencias. Los otros momentos de la distribución siguen patrones similares.

Inspirados por esto, asociamos velocidad con luminancia de una imagen (por una razón que explicaremos enseguida) y calculamos $\mathbf{P}_R(\boldsymbol{u}_R)$, que en este caso será la frecuencia de aparición de una cierta diferencia de luminancias.

Análisis de los óleos de Van Ghogh

Van Gogh fue parte de la corriente conocida como impresionismo, llamada así por la intención de transmitir al espectador la sensación de movimiento. Para lograrlo, se utilizaron varias técnicas. Una de las mejores fue jugar con la llamada luminancia. La luminancia es simplemente la cantidad de luz que es emitida por el cuadro al iluminarlo. En otras palabras, la luminancia es la luminosidad percibida y su efecto psicológico es el brillo. Los impresionistas lograron notables efectos de movimiento por su descubrimiento empírico de que la luminosidad y el color se procesan de manera diferente en el cerebro .

Parece razonable suponer que van Gogh conocía esta técnica, sin embargo muchos de los cuadros de su última época transmiten una sensación de movimiento aún más compleja, la cual fue precisamente el punto de partida de nuestro trabajo. Para ello, hicimos un análisis estadístico sobre

una imagen digital de un cuadro de van Gogh. Los pasos fueron básicamente,

1. *Luminancia.* Transformar la imagen en su versión en tonos de grises obteniendo la luminancia. El resultado es una matriz, donde cada entrada es un pixel con un tono de gris que va de negro (0) a blanco (255).
2. *Análisis estadístico de la frecuencia de diferencias de luminancias.* De la matriz de tonos de grises (luminancia) obtenidas en el paso anterior, podemos calcular otra matriz que tendrá la información de las diferencias de luminancias $\mathbf{P}_R(\boldsymbol{u}_R)$ para una cierta separación R entre píxeles, así como los momentos estadísticos de la distribución.
3. *Comparación con el modelo de Kolmogorov.* Para ello usamos la expresión matemática de $\mathbf{P}_R(\boldsymbol{u}_R)$ descrita en la literatura científica .

Los dos últimos pasos se repiten para cada separación entre píxeles y R de interés.

En la Figura 11 se muestra el resultado del análisis de *La Noche Estrellada* (Figura 9) usando una imagen digital de 2750 x 3542 píxeles, obtenida del Museo de Arte Moderno de Nueva York. Las curvas $\mathbf{P}_R(\boldsymbol{u}_R)$, en colores, corresponden a separaciones entre pixeles de R = 60, 240, 400, 600, 800 y 1200, de arriba hacia abajo, respectivamente.

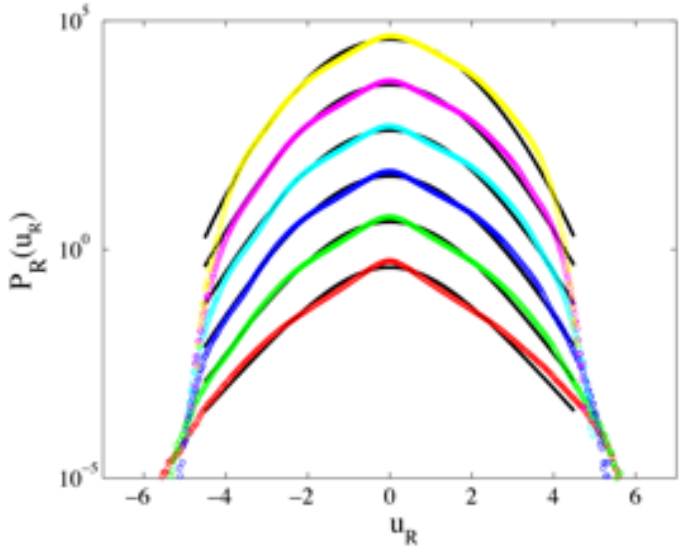


Figura 11. Gráfica semi-logarítmica de la distribución de diferencias de luminancia para la imagen de *La Noche Estrellada*. Las curvas de distribución, que se muestran en colores corresponden a distancias entre pixeles de R = 60, 240, 400, 600, 800 y 1200, de arriba hacia abajo, respectivamente.

En la misma figura se muestran curvas en negro que corresponden a la distribución dada por

Kolmogorov. Como puede observarse, las curvas se ajustan notablemente a la predicción para la distribución de diferencias de velocidades de un fluido turbulento, de acuerdo a la Ecuación (1). Aún más, el análisis de las gráficas demuestra que Van Gogh pudo reproducir la forma matemática de la turbulencia, constituyendo esto un notable ejemplo de percepción científica.

Este mismo análisis lo aplicamos a otros cuadros del último período de van Gogh obteniendo resultados similares. También realizamos el mismo análisis con otros pintores, incluyendo desde luego a Da Vinci. Ninguno de ellos reprodujo de una manera tan fiel y exacta el fenómeno de la turbulencia.

Conclusión

Hemos mostrado cómo un análisis estadístico de una obra plástica puede revelar el gran contenido subyacente en cuanto a la observación de la naturaleza por el artista. En el caso de van Gogh, parece evidente que captó la esencia de las relaciones precisas de escalamiento que aparecen en la turbulencia. Otros artistas no presentan esta característica. Este trabajo abre entonces nuevas interrogantes y desde luego, nos provee de una nueva técnica de análisis que podría usarse, por ejemplo, para la autentificación de obras artísticas. En otros artículos hablaremos de cómo este tipo de análisis estadístico nos ayuda a entender la literatura, la música y la arquitectura en el amplio contexto de lenguajes generalizados, permitiendo, por ejemplo, entender las particularidades de cada autor y alguno de los secretos para escribir o componer bien. C^2

Bibliografía

- D. Blumer, *The illness of Vincent van Gogh*, Am. J. Psychiatry, Vol. 159, pp. 519-527, 2002.
- V. van Gogh, *The Complete Letters of Vincent van Gogh*, Bullfinch Press: Minnetonka, 2000.
- B. Castaing, Y. Gagne and E.J. Hopfinger, *Physica D* 46, 177-200 (1990).
- A.N. Kolmogorov, Dokl. Akad. Nauk SSSR 30, 299-303 (1941) (reprinted in Proc. R. Soc. Lond. A 434, 9-13 (1991)), A.N. Kolmogorov, Dokl. Akad. Nauk SSSR 32, 16-18 (1941) (reprinted in Proc. R. Soc. Lond. A 434, 15-17 (1991)).
- : A. Kolmogorov, J. Fluid. *Mech.* 13, 82-85 (1962).
- Margaret Livingstone, V*ision and Art: The Biology of Seeing*, Harry N Abrams: New York, 2002.
- Penrose R., *La nueva mente del emperador*, 3ª. ed., Editorial Grijalbo-Mondadori, Barcelona, 1991.