MECÁNICA CELESTE Y DINÁMICA ORBITAL

Posted on 29 enero, 2019 by Rosa María Herrera

Category: Ciencia
Tag: Ciencias Exactas

Introducción

Desde que los simios aprendieron a lanzar objetos, hasta que los humanos aprovecharon esta capacidad para explorar los aledaños del planeta, ha transcurrido un lapso de tiempo infinitesimal en la edad del universo, pero no desdeñable en la historia de la humanidad.

El amanecer y el anochecer mostraron tanto a nuestros antepasados como en la actualidad a nosotros mismos, las maravillas del cielo; percibimos el brillo del Sol diurno avanzando de este a oeste, y la noche con su enorme cantidad de puntos brillantes en el cielo, cuya posición varía también. ¡Los astros se mueven!, algunos de modo previsible. Sin embargo, otros parecen desplazarse menos sencillamente, por eso los griegos los llamaron "errantes", que es el origen de la palabra *planeta*.

Para intentar comprender el movimiento de los cuerpos celestes hay que armarse de un buen bagaje de mecánica/dinámica, pero el asunto tiene mucho de geometría y análisis matemático. Esto último no es algo insólito, de hecho ocurre generalmente que algunas ramas matemáticas forman parte de cualquier exposición rigurosa de la física, una pareja bien avenida.

En los párrafos siguientes vamos a dar una ojeada de algunos logros importantes.

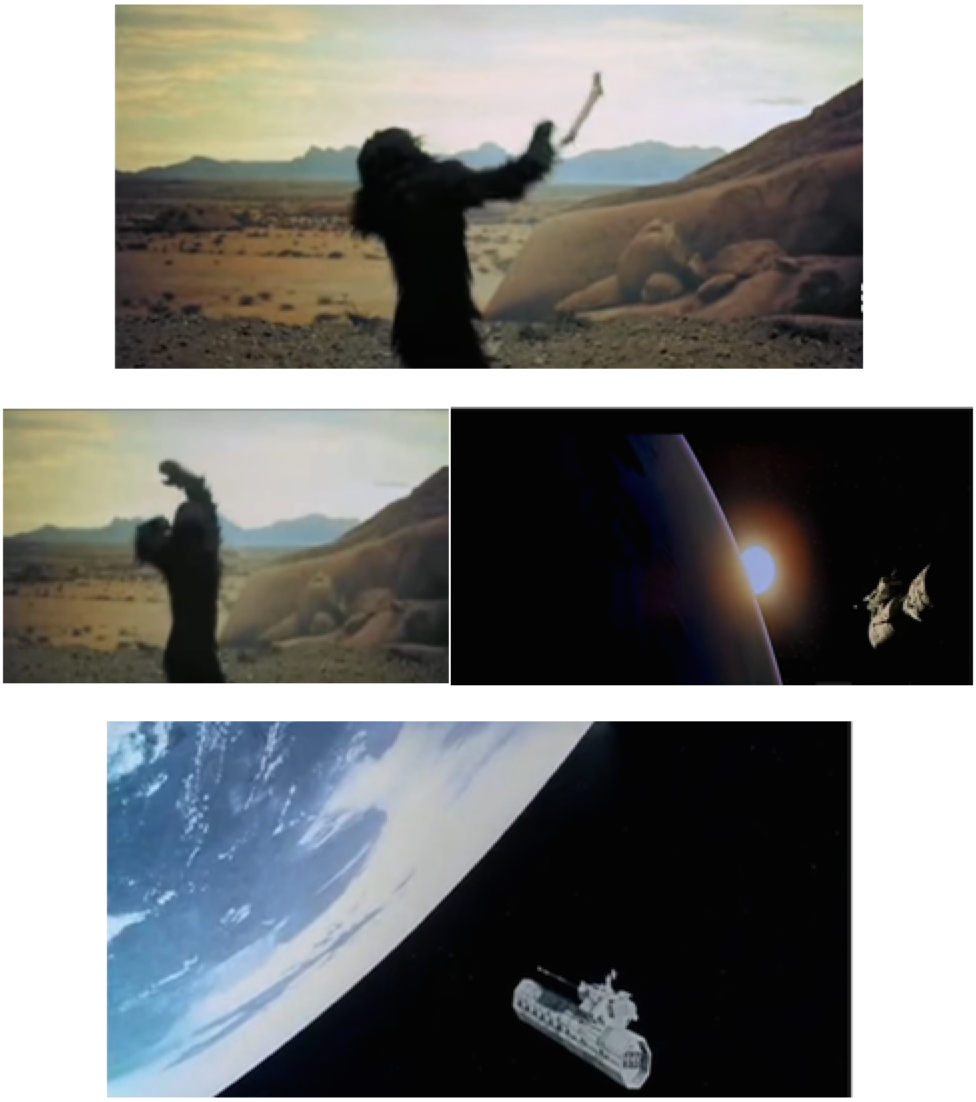

Fig. 1. El símbolo del progreso terrestre en 4 fotogramas de "2001 una odisea del espacio". Una metáfora espacio-temporal.

La segunda ley de Kepler

Johannes Kepler (1571-1630), astrónomo meticuloso y buen matemático, enunció las leyes que describen el movimiento de los planetas alrededor del Sol. Históricamente el enunciado de las tres leyes describe un orden de tipo geométrico que emerge del examen de los datos que heredó de Tycho Brahe (1546 - 1601). Kepler, como copernicano convencido, pensaba que la Tierra (y los planetas) describen órbitas cerradas alrededor del Sol (aunque esperaba que fuesen círculos).

La segunda ley del movimiento de Kepler (enunciada en forma escolar) dice: *El segmento imaginario que une cada planeta con el Sol barre áreas iguales en tiempos iguales;* este enunciado en la práctica significa que el planeta en su paso por las proximidades del Sol viaja a mayor velocidad que a medida que se va alejando.

Las leyes de Kepler (excepto la tercera) tienen en cuenta sólo la relación entre cada planeta y el Sol o entre un satélite y su planeta, pero esta situación no es totalmente realista, aunque sea una buena aproximación, debido a que los planetas influyen entre sí también (lo mismo ocurre entre los diversos satélites de un mismo planeta), lo cual supone perturbaciones en el caso de intentar localizar exactamente la posición de un planeta en un determinado momento. El método a veces ha proporcionado la presencia de algún desconocido, poco esperado.

Newton y el paso de la geometría a la física

En el marco general de la elaboración del planteamiento global de Newton (1680), tuvo importancia crucial la descripción kepleriana del movimiento planetario. Newton se dio cuenta de la trascendencia que representa la *ley de las áreas* (la segunda) en el estudio del movimiento de los cuerpos sometidos a *fuerzas,* y consagró a este tema las dos primeras proposiciones del libro II.

La primera ley, la que describe la órbita elíptica, en combinación con la segunda proporcionan una descripción bastante buena de la estructura planeta-estrella a grandes rasgos, que se completa con la tercera que establece una relación entre el periodo de un planeta (tiempo completo en efectuar una revolución entorno a la elipse) y la distancia media que la separa de su foco de revolución (el primario).

El Sistema Solar, un problema de fuerzas centrales

Un sistema físico consistente en una fuerza que actúa sobre un punto material y "pasa" por un punto fijo llamado centro de fuerza constituye un problema de *fuerzas centrales,* que presenta dos aspectos:

> De una parte, un problema directo: ¿cuál es la *ley* de la fuerza central que se necesita para que un cuerpo describa una curva conocida y continúe haciéndolo?
>
> De otra, un problema inverso: ¿qué *curva* describirá un cuerpo lanzado en una dirección con una velocidad determinada y sometido a una fuerza central que actúa según una cierta ley?

La primera pregunta implica tener en cuenta la acción de una *fuerza continua,* que fue planteada en el contexto del modelo general subyacente de inspiración cartesiana, es decir un modelo de fuerza del tipo de *choques sucesivos*.

En este marco, Newton se enfrentó a un trabajo conceptual muy delicado donde tuvo que construir matemáticamente una *acción continua*; es decir, introducir una estructura físico-matemática que le permitiera tratar el asunto de la fuerza en un ambiente que no es -el más o menos- intemporal de la segunda ley del movimiento.

> *¿Cómo se puede construir matemáticamente una acción continua?*

De este modo, se fue elaborando la teoría newtoniana de las fuerzas centrales, la cual se consagró al análisis ampliado de la idea de fuerza, su manera de actuar y su estatus conceptual. Este trabajo alimentó la reflexión sobre la ciencia del movimiento durante muchos decenios: ¿Qué es, así vista, una fuerza? ¿Cómo se puede construir matemáticamente una acción continua? ¿Cuál es su categoría ontológica: es un objeto con existencia real o es un nombre para designar el cambio de movimiento?

Una construcción matemática para avanzar en la idea de fuerzas centrales (campos conservativos y potencial como herramientas matemáticas de precisión implicadas): *en general los campos que admiten, derivan o proceden de algún potencial se denominan conservativos. Pero, ¿qué es el potencial, V?: una función matemática de clase 1, es decir que admite derivadas parciales continuas de orden 1; simplificando, el campo de vectores fuerza (una fuerza es una magnitud vectorial) se puede expresar como el gradiente negativo (la derivada posicional) en el conjunto abierto n-dimensional donde se considera el potencial. Todos los campos centrales, por ejemplo, el newtoniano (gravitatorio) son conservativos, al revés no está garantizado (es decir, no todos los campos conservativos son centrales).*
Los campos de fuerzas centrales siempre admiten potencial, el potencial asociado a un campo conservativo no es único, esto es debido a que se pueden crear matemáticamente nuevos potenciales añadiendo una constante cualquiera a un potencial dado.

Las fuerzas centrales y la ley de gravitación universal: la física del movimiento kepleriano

Newton estableció que las fuerzas centrales que actúan en el sistema planetario se deben a la atracción de las masas entre sí, y dicha atracción entre masas es el motor o agente. El concepto "gravedad" se iba haciendo fuerte.

El experimento del plano inclinado de Galileo había puesto de manifiesto de forma visible esta máquina (el motor) llamado gravedad. ¡Lo que sucede en la Tierra y lo que sucede en el cielo se rigen por las mismas leyes!

Newton demostró analíticamente que la intensidad de dichas fuerzas es inversamente proporcional al cuadrado de las distancias que separa las masas, esto le permitió demostrar las tres leyes de Kepler y darlas un lugar en el contexto general de la mecánica.

La ley de gravitación universal, como el resto de las demostraciones que presentó en el libro de los "Principia" aparecen en forma geométrica siguiendo la matemática de Diofanto, si bien él efectuó su estudio de modo analítico. Sir Isaac, en una cuidadosa redacción, escribió una frase que presenta dos aspectos visibles de las matemáticas en la filosofía natural (física): *axiomata sive leges motus* (axiomas o leyes del movimiento). Como *axiomata* actúan a modo de primeros principios de la teoría de la mecánica, gobiernan las leyes (especialmente de Kepler, en la mecánica celeste y de la mecánica terrestre de Galileo, y así implementan una organización deductiva del conocimiento mecánico global).

Pero, ¿por qué las leyes básicas de la naturaleza deberían coincidir con los axiomas de la teoría matemática que Newton esperaba que fueran verdades con poder deductivo en el contexto de dichas leyes?

Situémonos: A comienzos del siglo XVIII se consideraba importante organizar un sistema coherente de principios matemáticos de filosofía natural, o como mínimo que dicho sistema contuviera la geometría mecánica de Descartes (basada en las leyes de impacto), la mecánica de Newton o mecánica de las fuerzas, fundamentada en las tres leyes del movimiento y la ley de gravitación, junto con la dinámica de Leibniz basada en leyes de impacto y de conservación de la energía (principalmente).

> *En los aspectos empíricos, los "Principia" de Newton fueron obviamente el intento que logró mayor éxito.*

La ley de gravitación universal indica que los cuerpos se atraen en razón inversa del cuadrado de la distancia que los separa y en razón directa de sus masas. Esta ley vale tanto en la Tierra (describe la caída de los cuerpos sobre la superficie terrestre) como en el mundo exterior al planeta; por ejemplo, es la causa que mantiene en órbita a la Luna alrededor de nuestro planeta. Es una ley universal. En ella la constante fundamental de la naturaleza implicada es $G = 6{,}678 \cdot 10^{-8}$ cm^3 g^{-1} s^{-2}, una de las constantes fundamentales de la física (es decir, rectora de las leyes de la naturaleza), r es la distancia entre m_1 y m_2.

Mediante la ley de gravitación universal, no solo se explican las órbitas elípticas, sino que se analizan otros movimientos que se observan en el Sistema Solar, y se consigue interpretar el movimiento de los cometas y de otros cuerpos.

Un aspecto interesante es que también se pueden clasificar los movimientos rectilíneos en función de la energía en un campo gravitatorio newtoniano similar al que hemos visto. La forma de la fuerza definida por ley de gravitación universal tiene la misma dirección que el vector de posición y, según la segunda ley de Newton produce una aceleración sobre cada planeta, o lo que es lo mismo explica que la posición del planeta depende del tiempo a través de la ley de gravitación universal.

Ajustándola matemáticamente a la definición de fuerza newtoniana, se obtiene una ecuación diferencial que a primera vista no parece consistente con la ley de acción y reacción (la tercera ley newtoniana del movimiento); sin embargo, en el caso planetario, al ser la diferencia de masas entre cada planeta y la estrella tan considerable (o entre un planeta y un satélite) la aceleración que la masa pequeña produce sobre la masa mayor es despreciable.

Un comentario breve sobre otro concepto relevante implicado

En las hipótesis que estamos trabajando dadas por la geometría del problema y su análisis mecánico, se puede mirar el movimiento hacia atrás, el tiempo es reversible. Veamos: el momento angular se puede definir matemáticamente como la función producto vectorial del vector de posición por el vector velocidad.

Teniendo en cuenta las propiedades de definición del producto vectorial: bilineal y antisimétrico, y si los dos vectores son no nulos el producto vectorial es perpendicular a ambos. Esto significa que el momento angular de una partícula (en nuestro caso de estudio, un planeta) es un vector constante .

La primera y la tercera leyes de Kepler y su papel en el estudio del movimiento

La segunda ley de Kepler conocida en detalle, combinándola con la ley de gravitación universal de Newton, y considerando el caso de momento angular no nulo sirven para comprender cómo es el movimiento en estudio, combinando estos tres puntos de partida con la primera y la tercera leyes de Kepler, que sirven para aprender a clasificar órbitas usando la energía y para calcular la posición de un planeta en función del tiempo.

La descripción empírico geométrica de las órbitas que relata la primera ley de Kepler permite afirmar de modo general que los movimientos en un campo gravitatorio newtoniano se ubican en cónicas con un foco en el origen (en el plano se escriben como el conjunto de ceros de un polinomio de segundo grado $p(x, y) = 0$.) Así está definida cualquier cónica sin tener en cuenta dónde se sitúan los focos.

En resumen, la ecuación general, que representa las cónicas que se ajustan al movimiento kepleriano en un campo conservativo newtoniano se clasifican según las siguientes condiciones: elipse con un foco en el origen, rama de hipérbola con foco en el origen, y parábolas con foco en el origen. Atendiendo a que cada una de las tres cónicas cumplen un requisito que se explica matemáticamente (no en este contexto), Newton además hizo una precisión respecto a la tercera ley, situando el movimiento no entorno del foco fijo, sino alrededor del centro de masas de cada planeta y la estrella.

Expresado de otro modo, los datos de Tycho Brahe que le permitieron a Kepler afirmar que los planetas se mueven según elipses, donde el Sol ocupa uno de los focos (primera ley), no son las únicas posibilidades para las trayectorias alrededor de un Sol fijo en el foco de una cónica (es decir con momento angular distinto de cero). Sino que se puede demostrar en general un teorema que nos permite afirmar que un movimiento en un campo gravitatorio newtoniano, con momento angular distinto de cero, en un tiempo acotado se aproxima genéricamente a una cónica, con un foco en el origen. Si ese intervalo temporal tiende a cero se habla de una órbita *osculadora* que es una tangente a la trayectoria real del objeto.

Una nota final:

Los conceptos han evolucionado desde Newton a nuestros días, ahora nos desenvolvemos en muchas ocasiones en términos de dinámica orbital. En esta rama científica resulta valioso conocer la evolución temporal de la órbita osculadora. En otras palabras, no es tan importante a priori determinar la posición del objeto como conocer la órbita que traza. Dependiendo del caso, podremos explorar la dinámica orbital por intervalos que van desde pocos días en los satélites hasta algunos miles de millones de años (sistemas planetarios) tanto hacia el futuro como hacia el pasado.

Si nos fijamos en un vehículo espacial bajo nuestro control, nos interesa considerar su orientación respecto a un sistema de referencia de interés (por ejemplo, inercial o los ejes órbita). Esto se denomina *actitud*. Las partes móviles externas de las naves también gozan de actitud propia, si bien están relacionadas con la del cuerpo principal. Como esto complica mucho el funcionamiento de las estructuras, sólo se usa si es indispensable (p.ej. grandes paneles solares que deben enfocarse siempre al Sol para maximizar la generación de potencia, y también algunos instrumentos científicos) o en general cuando las ventajas que proporcionan superan a los inconvenientes.

Como norma de partida para las aproximaciones iniciales se toma el vehículo como un sólido rígido (al igual que si fuera una piedra que lanzamos con la mano, recordemos que somos primates…) lo que nos ayuda mucho a simplificar el problema. Eso significa que tiene 6 grados de libertad, de los cuales 3 determinan la actitud, que viene dada por la orientación de unos ejes solidarios al vehículo (ejes cuerpo) respecto a los ejes de interés.

Esta nota es un agradecido adiós a la sonda Cassini, y a los seres humanos que se encargaron de su gestión, por lo mucho que nos enseñaron de Júpiter. C^2

Anotaciones

Y, aunque no lo hacemos, es posible demostrar con el rigor del análisis matemático que en las condiciones del movimiento kepleriano, caso de momento angular cero -transcurre sobre una recta-, hay una gran explosión, o un origen.

Ver más artículos de Ciencias Exactas